جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر نظرية الشبكات
لطلاب السنة الرابعة رياضيات - جبر
الدورة الإضافية للعام الدراسي 2017/2016

اسم الطالب : محمد نزار ...
العلامة : 100
المدة : ساعة ونصف

السؤال الأول : (20 علامة)

أ) لتكن $(E, \leq)$ مجموعة مرتبة وكان $B \subseteq A \subseteq E$ ، فاثبت أن : $sup_E B \leq sup_E A$ و $inf_E A \leq inf_E B$.

ب) اذا كانت $(\mathbb{R}, \leq)$ السلسلة العادية واذا كانت $A = [-1,3[\cup [4,6]$ أوجد $sup_{\mathbb{R}} A$ و $sup_{\mathbb{R}} B$ و $sup_A B$.

$B = [-1, 3[$

السؤال الثاني : (20 علامة)

أ) بفرض أن f تطبيق من الشبكة E في الشبكة $\acute{E}$ ، فاثبت أن الشرط اللازم والكافي كي يكون f V - ايزومورفيزم هو أن يكون f ايزومورفيزم ترتيب .

ب) اذا كانت $(E, \leq)$ شبكة و a عنصراً ثابتاً في E ، أثبت أن $F_a = \{x \in E ; X \geq a\}$ مرشحة في E

السؤال الثالث : (20 علامة)

لتكن الشبكة $(D(30), |)$ والمطلوب :

أ) عيّن ثلاثة فوق مرشحات وثلاثة مثاليات عظمى في هذه الشبكة .

ب) أوجد متممات العناصر التالية : 30 , 15 , 6 , 3 .

السؤال الرابع (20 علامة)

اذا كان f مورفيزم بولياني من A في B ولتكن A_1 حلقة بوليانية جزئية من A ، و B_1 حلقة بوليانية جزئية من B ، برهن أن :

أ) $f(A_1)$ حلقة بوليانية جزئية من B .

ب) $f^{-1}(B_1)$ حلقة بوليانية جزئية من A .

السؤال الخامس : (20 علامة)

ليكن A جبر بولياني و a, b عنصرين ثابتين في A ولتكن المعادلة $ax + b = 0$ في A . وبفرض أن $b \leq a$ ، برهن أن $b \leq a + b + 1$ وأن حلول المعادلة تحقق $b \leq x \leq a + b + 1$ ، ثم حل المعادلة $35x + 7 = 0$ في $D(210)$.

د. عصام لسيم

حمص في 30 / 8 / 2017

سلم تصحيح مقرر نظرية الشبكات
لطلاب السنة الرابعة رياضيات - جبر
الدورة الإضافية العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧

السؤال الأول: [20]

أ) - بفرض أن $S = \sup_E A$ ⇐ S هو أعلى للمجموعة A و $B \subseteq A$ ⇐ S هو أعلى للمجموعة B ⇐ $\sup_E B \leq S$ ⇐ $\sup_E B \leq \sup_E A$ (7)

- بفرض أن $I = \operatorname{Inf}_E A$ ⇐ I هو أدنى للمجموعة A و $B \subseteq A$ ⇐ I هو أدنى للمجموعة B ⇐ $I \leq \inf_E B$ ⇐ $\operatorname{Inf}_E A \leq \operatorname{Inf}_E B$ (7)

ب) (2) $\sup_R A = 6$ (2) $\sup_R B = 3$ (2) $\sup_A B = 4$

السؤال الثاني: [20]

أ) - بفرض أن f ∨-ايزومورفيزم من E في E' فهذا يعني أن f تقابل كما أن f متزايد لأنه ∨-ايزومورفيزم لنرى أن f^{-1} متزايد
(7) بفرض أن $f(x) \leq f(y)$ ⇐ $f(x) \vee f(y) = f(y)$ ⇐ $f(x \vee y) = f(y)$
⇐ $x \vee y = y$ ⇐ $x \leq y$. بالتالي f ايزومورفيزم ترتيب

- بفرض أن f ايزومورفيزم ترتيب ⇐ f يحفظ الحدود العليا الأصغرية أي أن
$f(\sup_E \{x, y\}) = \sup_{E'} (f(x), f(y)) \Rightarrow f(x \vee y) = f(x) \vee f(y)$ (6)
إضافة إلى أن f تقابل وبالتالي فهو ∨-ايزومورفيزم

ب) - إذا كان $x \in F_a$ و $y \geq x$ فإن $y \geq x \geq a$ ⇐ $y \in F_a$
(7) - إذا كان $x \in F_a$ و $y \in F_a$ ⇐ $x \geq a$ و $y \geq a$ ⇐ $x \wedge y \geq a$
⇐ $x \wedge y \in F_a$ وبالتالي فإن F_a مرشحة في E

السؤال الثالث: [20]

أ) عوامل المرشحات

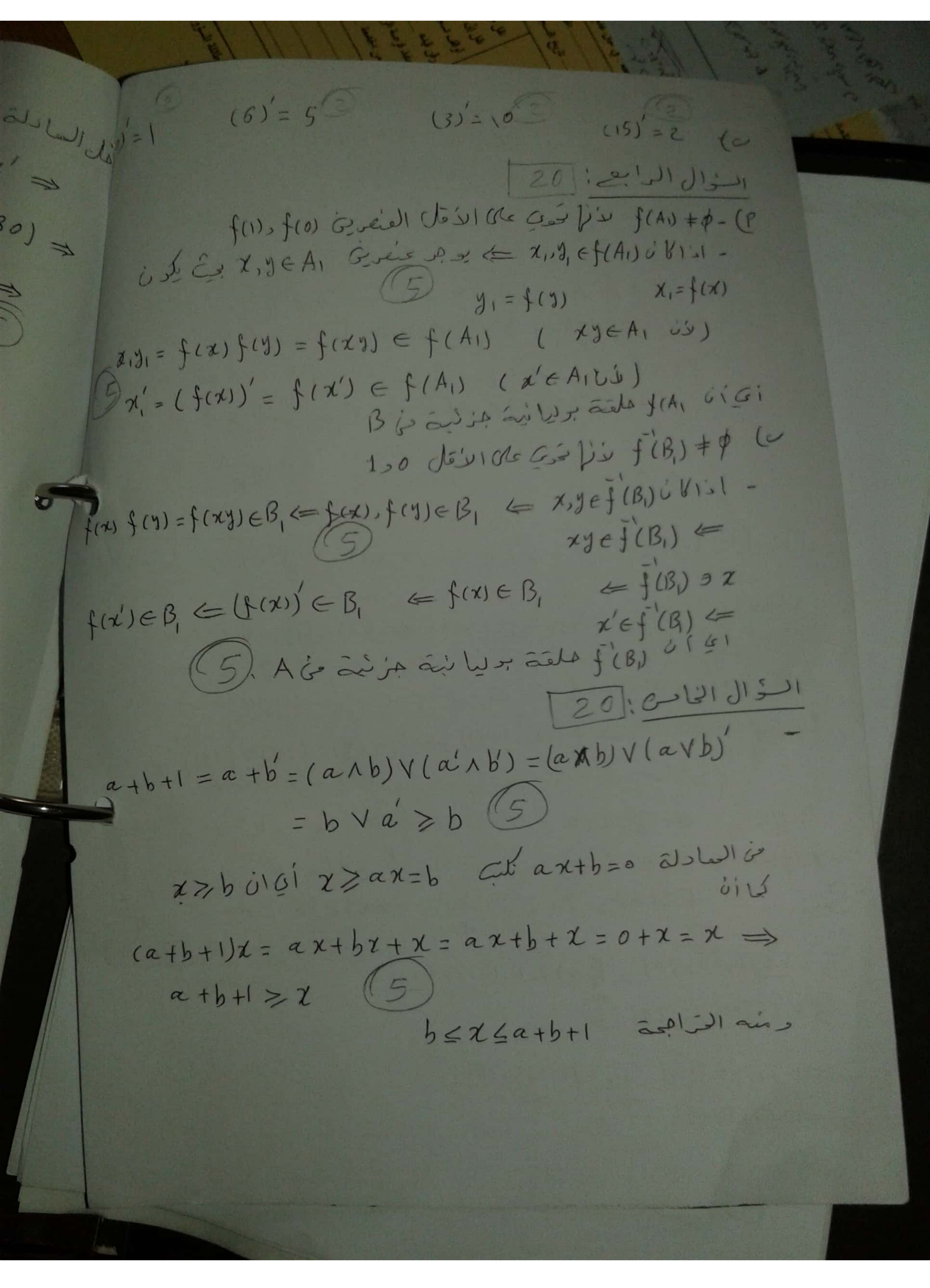
$F_2 = \{2, 6, 10, 30\}$ (2) , $F_3 = \{3, 6, 15, 30\}$ (2)

$F_5 = \{5, 10, 15, 30\}$ (2)

المثاليات العظمى

$I_6 = \{1, 2, 3, 6\}$ (2) $I_{10} = \{1, 2, 5, 10\}$ (2)

$I_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$ (2)



ج) $(1)' = 1$ $(6)' = 5$ $(3)' = 10$ $(15)' = 2$

السؤال الرابع: 20

أ) - $f(A_1) \neq \phi$ لأنها تحوي على الأقل العنصرين $f(1), f(0)$

- اذا كان $x_1, y_1 \in f(A_1)$ ⇐ يوجد عنصرين $x, y \in A_1$ بحيث يكون

$x_1 = f(x)$ $y_1 = f(y)$ (5)

$x_1 y_1 = f(x) f(y) = f(xy) \in f(A_1)$ (لأن $xy \in A_1$)

(5) $x_1' = (f(x))' = f(x') \in f(A_1)$ (لأن $x' \in A_1$)

أي أن $f(A_1)$ حلقة بوليانية جزئية من B

ب) $f^{-1}(B_1) \neq \phi$ لأنها تحوي على الأقل 0 و 1

- اذا كان $x, y \in f^{-1}(B_1)$ ⇐ $f(x), f(y) \in B_1$ ⇐ $f(x) f(y) = f(xy) \in B_1$ (5)

⇐ $xy \in f^{-1}(B_1)$

$x \in f^{-1}(B_1)$ ⇐ $f(x) \in B_1$ ⇐ $(f(x))' \in B_1$ ⇐ $f(x') \in B_1$

⇐ $x' \in f^{-1}(B_1)$

أي أن $f^{-1}(B_1)$ حلقة بوليانية جزئية من A. (5)

السؤال الخامس: 20

-

$a+b+1 = a+b' = (a \wedge b) \vee (a' \wedge b') = (a \wedge b) \vee (a \vee b)'$

$= b \vee a' \geq b$ (5)

من المعادلة $ax+b=0$ نكتب $x \geq ax = b$ أي أن $x \geq b$

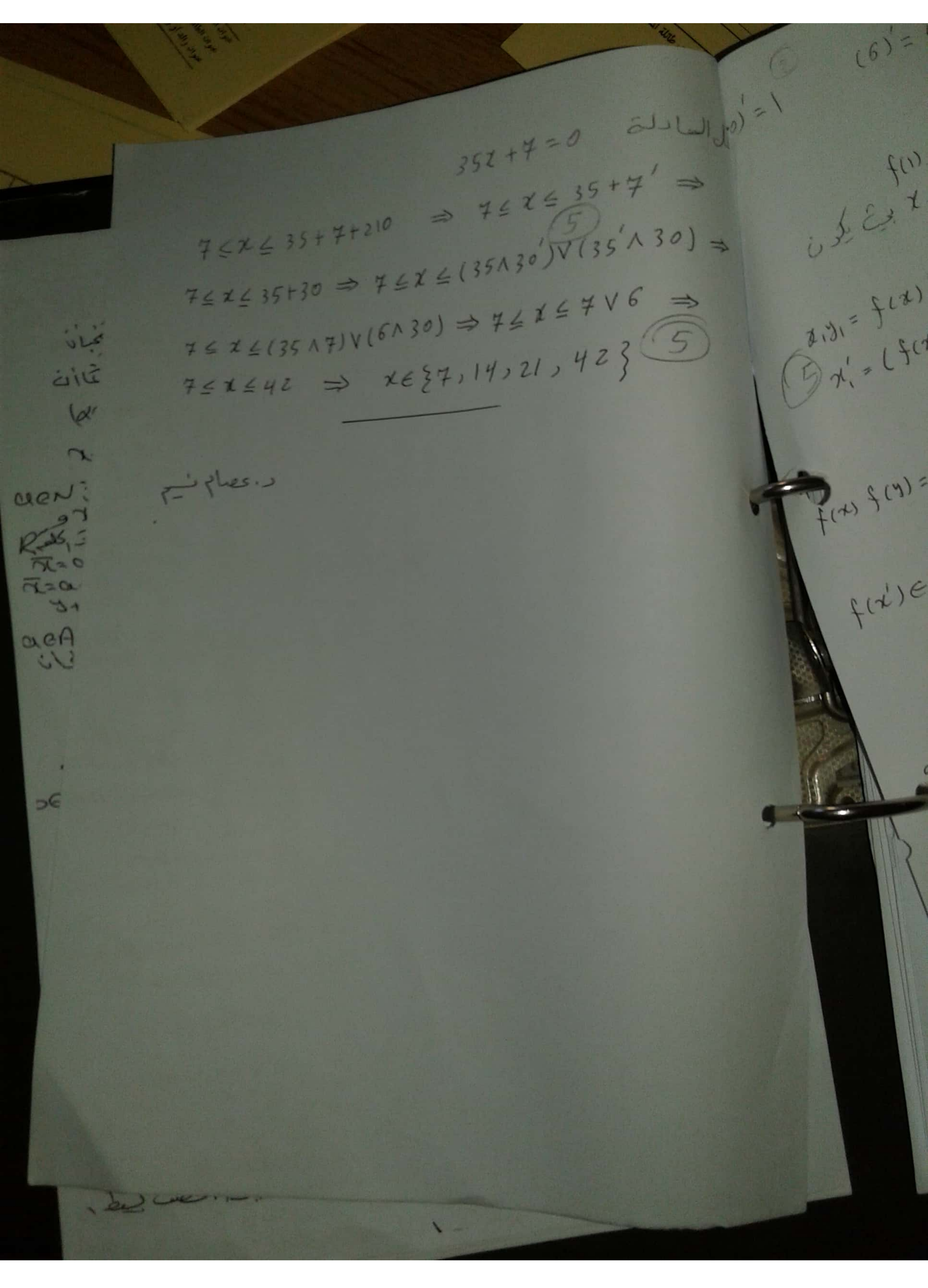
كما أن

$(a+b+1)x = ax+bx+x = ax+b+x = 0+x = x \Rightarrow$

$a+b+1 \geq x$ (5)

ومنه المتراجحة $b \leq x \leq a+b+1$

Scanned by CamScanner



حل المعادلة $35x + 7 = 0$

$7 \le x \le 35 + 7 + 210 \Rightarrow 7 \le x \le 35 + 7' \Rightarrow$

$7 \le x \le 35 + 30 \Rightarrow 7 \le x \le (35 \wedge 30') \vee (35' \wedge 30) \Rightarrow$ (5)

$7 \le x \le (35 \wedge 7) \vee (6 \wedge 30) \Rightarrow 7 \le x \le 7 \vee 6 \Rightarrow$

$7 \le x \le 42 \Rightarrow x \in \{7, 14, 21, 42\}$ (5)

د. عصام نسيم